

离散元计算的位移控制方法

陈文胜, 柏 署, 杨 燕

(长沙理工大学 岩土工程研究所, 长沙 410076)

摘 要: 基于离散单元的动态松弛法, 提出了由每循环步允许块体最大位移增量控制每步块体求解的方法——位移控制法。该方法通过对块体的位移试算来决定时步的大小, 不仅解决了离散元计算中的如叠合过大等问题, 还可以提高计算的精度和效率。编制了相应的程序和程序流程图, 并给出了算例分析。

关 键 词: 离散单元法; 动态松弛; 位移控制; 时步

中图分类号: O 241

文献标识码: A

Control displacement solution for discrete element method analysis

CHEN Wen-sheng, BAI Shu, YANG Yan

(Institute of Geotechnical Engineering, Changsha University of Science and Technology, ChangSha 410076, China)

Abstract: Based on dynamic relaxation of discrete element method (DEM), a control displacement solution for displacement integral is proposed to solve the problem caused by unreasonable time-step interval impacting on the stability of the result. The time-step interval is determined by pre-calculating the displacements of the discrete blocks. The proposed solution not only solves the problem of excessive overlap between blocks, but also improves the precision of displacement integral and calculating efficiency. The relevant program is developed with its flow chart, and a typical example is given in this paper.

Key words: discrete element method; dynamic relaxation; control displacement; step-time interval

1 引 言

离散单元法是从岩石力学发展起来的。由于岩石力学问题所遇到的断层、节理等一些特殊的结构, 很多情况下连续体力学求解方法明显不能适用, 离散单元法在这种问题中表现出了更大的优势和灵活性, 从而使该方法得以产生和发展。离散单元法的实质就是将求解区域划分成有限个完全隔离的块体(有时自然状态已是块体), 使求解区域成为一个块体堆积域, 根据力学原理、数值方法建立起块体间的力学作用关系求解这个块体域。

传统的离散单元法有动态松弛法^[1]和静态松弛法^[2, 3], 以及后来在算法上得到改进的同步松弛方法^[4]。但目前, 所有的算法当中, 最流行和应用最成熟的仍是动态松弛法, 所以通常意义上称的离散单元法也就指动态松弛法。

众所周知, 离散单元法的计算结果与其计算参数有很紧密的关系, 计算参数的选取一直是离散元

计算中和计算程序开发中的一个难点, 也是制约离散元方法得到广泛和成熟应用的一个重要因素^[5]。其中最主要包括接触刚度系数和差分步长, 这些参数的选择合理与否直接影响了离散元计算结果的正确性, 参数选取的不当, 将可能造成如系统反复振荡、块体间叠合或侵入过大、收敛速度过缓或无法收敛等后果^[5]。

针对离散元方法计算的特点, 且离散元方法本身是一几何非线性求解方法, 本文基于离散单元的动态松弛法, 提出了一种由每步允许最大位移控制每步块体求解的方法——位移控制法。该法的应用, 既能控制块体间的接触侵入量, 保证计算的正确性和防止计算接触力的跳跃和系统振荡, 又保证了几何非线性问题求解的动力积分精度, 同时使程序更易于开发调试, 参数的选择问题也得到部分的解决。值得一提的是, 位移控制法在有限元求解中, 通过最大位移控制求解非线性问题, 也已受到重视^[6]。

2 离散元位移控制法

2.1 离散元动态松弛法

动态松弛法的实质是对临界阻尼振动方程进行逐步积分。这种带有阻尼项的动态平衡方程, 利用有限差分法按时步迭代求解, 是一种显式解法, 所以不需求解大型矩阵, 不但节省了大量计算工作, 而且允许块体累积发生大的平移和转动, 克服了连续体模型的小变形假设, 可以用来求解一些非线性问题^[7]。

其基本运动方程为

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = f(t) \quad (1)$$

式中: m 为单元的质量; u 为位移; t 为时间; c 为黏性阻尼系数; k 为刚度系数; f 为单元所受的外荷载。

利用中心差分法, 式 (1) 可以变为

$$m[u(t + \Delta t) - 2u(t) + u(t - \Delta t)]/(\Delta t)^2 + c[u(t + \Delta t) - u(t - \Delta t)]/(2\Delta t) + ku(t) = f(t) \quad (2)$$

式中 Δt 即为计算时步。由于只有 $u(t + \Delta t)$ 一个未知量, 所以方程可以求得唯一解, 再对位移求导得到速度和加速度。一般 Δt 的大小确定计算方法有:

(1) 在时步尽可能大的前提下满足:

$$\Delta t \leq 2\sqrt{m/k} \quad (3)$$

然后再按经验乘以 10 % 的折减系数在计算中应用^[8]。

(2) 根据差分方程和振动理论, 时步 Δt 应满足下式

$$\Delta t \leq 2h\sqrt{m/k} \quad (4)$$

式中 h 为时步系数, 一般取 0.01。

两种方法都是从单自由度弹性系统推导出来, 结果有局限性。

2.2 位移控制法思想

离散单元法的触发条件是一个块体嵌入相邻的另一个块体单元之内, 由二者叠合量与块体的接触刚度系数或罚得到两块体相互作用的接触力 F :

$$F = \Delta uk \quad (5)$$

计算过程是单元逐个渐变。然而各单元块体的质量和刚度系数不尽相同, 若在同一时间步长下很有可能存在一些单元块体突然在某一计算步嵌入相邻单元块体较深, 从而引起计算中的一系列问题, 如: ①突然增加的接触力使块体运动的跳跃; ②接触力过大所造成的失真, 并由此逐渐过分放大的系

统运动; ③系统反复振荡、块体间叠合或侵入过大; ④收敛速度过缓或无法收敛; 等等。计算结果不但与真实情况相违背, 也完全失去意义。根据笔者的实践, 传统的离散元计算中, 特别是用自编的 DEM 程序进行数值计算时, 一般是通过很多次的参数试算调试。

不难发现, 上述所述的一系列问题, 实质上都与块体的每时步位移有关: 位移产生叠合, 叠合或接触产生接触力, 力产生运动和位移。由于离散元解决的是岩体大位移问题, 也是一几何非线性问题, 从而我们可以得知, 若通过控制每一时步的块体最大允许位移量, 也就能使我们所遇到的上述问题得到解决, 每一时步的最大允许位移的限制, 也符合非线性问题的数值逼近求解途径。

由于是按时间步循环计算, 每时步的位移与时间步长有直接的关系, 为了控制每时步的最大允许位移, 就可使时步成为一个变量。其大小由每次单元运动的允许位移确定:

$$\Delta t = f(u) \quad (6)$$

根据牛顿定律和速度差分格式可以求得新的平移和转动速度:

$$\dot{u}_{\text{new}} = \dot{u} + \frac{F\Delta t}{m} \quad (7)$$

$$\dot{\theta}_{\text{new}} = \dot{\theta} + \frac{M\Delta t}{I} \quad (8)$$

对式 (7), 式 (8) 进一步积分则可得到位移和转角的增量。

2.3 位移控制算法及流程

在离散单元计算程序的基础上实现位移控制并不复杂, 主计算过程和离散元计算基本一致。先给定固定的时步 ΔT (通常是上一循环的时步), 不同的是, 还需要给定一限制块体在每时步内运动的位移控制 S (通常为一个小量), 即要求一个时步内, 块体在某一方向的最大位移不大于控制位移 S , 控制位移 S 同时也可防止相邻单元嵌入过深导致的接触力太大, 保证了离散元计算结果的合理性。

对于每个单元的位移, 先在 ΔT 的前提下试算, 得出位移 Δu (平面问题有 x 、 y 、 θ 3 个方向); 如果 $\Delta u > S$, 根据位移与速度和加速度关系, 则时步可按下式取值:

$$\Delta t = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2aS}}{a} \quad (9)$$

式中: v 为初速度; a 为加速度。对于某一时步, 指

其上一时步的值。根据式(9)就可得到本次计算的时间步长。

需要注意的是: 由于时间 t 是位移的二次函数, 且 t 在物理上是一个非负量, 所以必须要控制在 $(0, \Delta T)$ 之内。

图 1 是位移控制计算的流程图。

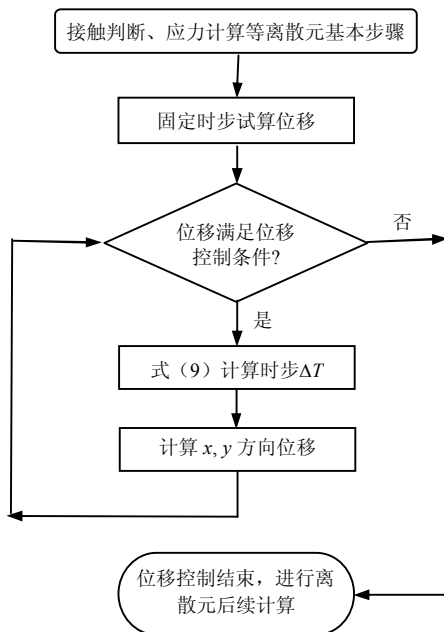


图 1 位移控制流程图

Fig.1 Flow chart for control displacement

3 计算分析

图 2 是基于本文的位移控制方法所开发出的离散单元计算程序的算例: 它是一个假定的自然岩质边坡, 高度为 9 m, 计算块体分为 17 个单元块体。各单元质量、摩擦系数、刚度系数不一, 控制位移量为 0.005 m, 16 和 17 号块体为固定块体。单元在重力的作用下进行循环计算, 通过由程序给出的块体变位图结果, 比较在参数各异的情况下边坡运动的结果, 可以直观上看出位移控制计算后时步对离散元计算影响。

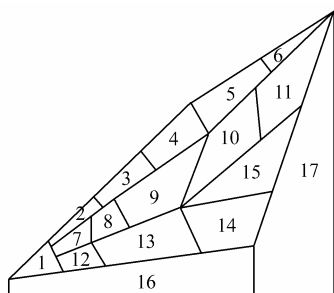


图 2 初始状态下的边坡

Fig.2 Initial state of a slope

3.1 无位移控制时, 时步对结果的影响

图 3~图 6 是时步分别为 0.002, 0.003, 0.005 s 和 0.01 s, 计算机运行 10 000 次后的结果。可以看出, 时步的选取不同, 得到的结果截然不同。但总体来看, 时步越小, 得到的结果越稳定, 同时, 由于非线性问题增量计算的特点, 时步越小时, 结果也是最可靠的。

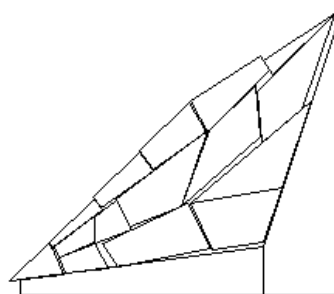


图 3 时步为 0.002 s 时无位移控制的边坡

Fig.3 Result at $\Delta T=0.002$ s without control displacement

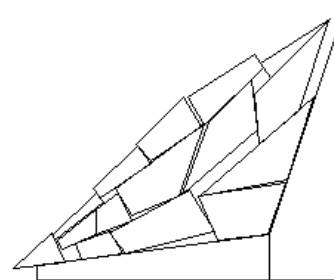


图 4 时步为 0.003 s 时无位移控制的边坡

Fig.4 Result at $\Delta T=0.003$ s without control displacement

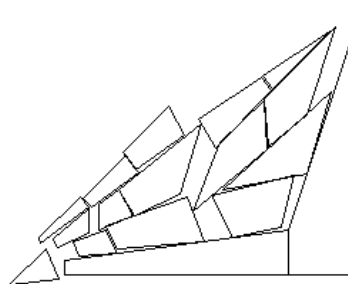


图 5 时步为 0.005 s 时无位移控制的边坡

Fig.5 Result at $\Delta T=0.005$ s without control displacement

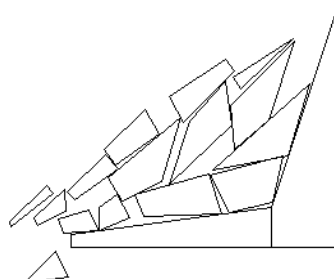


图 6 时步为 0.01 s 时无位移控制的边坡

Fig.6 Result at $\Delta T=0.01$ s without control displacement

3.2 有、无位移控制对结果的影响

图7为位移控制计算结果图,与图5比较,两都是时步为0.005 s时边坡的变形。很明显地看到,没有位移控制的边坡(图5)已经有较大位移,经过位移控制的边坡(图7)同样计算步后块体位移仍较小。可看出位移控制使计算相对稳定。

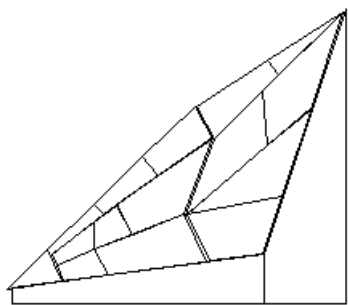


图7 10 000次循环后有位移控制的边坡
Fig.7 Result with control displacement after 10 000 circulations

3.3 经位移控制后,时步不同对结果的影响

图8、图9分别是时步分别为0.003 s和0.01 s,允许位移为0.005 m时受位移控制循环运行10 000次的边坡变形图。结合图7和图3~6比较可以发现,在位移控制计算下,时步的影响对计算结果影响就很小了。

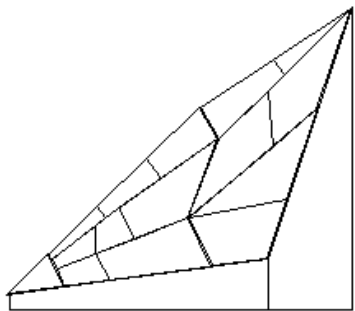


图8 时步为0.003 s时有位移控制的边坡
Fig.8 Result at $\Delta T=0.003$ s with control displacement

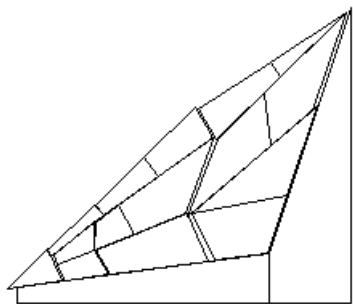


图9 时步为0.01 s时有位移控制的边坡
Fig.9 Result at $\Delta T=0.01$ s with control displacement

3.4 有、无位移控制对计算效率的影响

从上面的算例,也许可看出位移控制后,通过同样的计算步,但块体的位移没有无位移控制下计算结果显著或产生大的位移,但这并不能说明无位移控制就能更快地趋近最后的计算结果,因为它是以每步的大积累误差为代价换来的每时步的大位移,对大位移问题来说,结果的可信度大打折扣,这个问题其实也是制约离散元方法无法得到如有限元方法那样广泛应用的一个主要原因。实质上,在保证了结果的稳定和可靠的前提下,位移控制法的实施,是能够提高离散元的计算效率的:位移控制法的应用,能控制块体间的接触侵入量,防止计算接触力的跳跃和系统振荡,从而减少了系统的“无效”计算步;另外,位移控制法给出了每步允许的最大位移,若实际每步最大位移过小时,能提高每步的位移量,达到较快收敛的效果。所以,在保证计算精度和结果正确的前提下,位移控制计算是有最高的计算效率的。图10反映了时步为0.000 5 s时,100 000次计算后没有位移控制的边坡变形。虽然效果和图7经过位移控制后接近,但计算步多了近10倍。

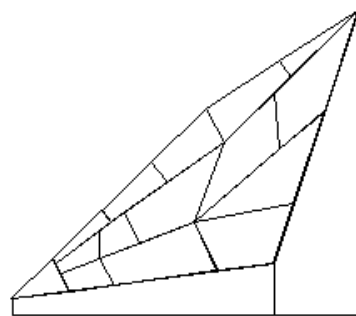


图10 时步为0.000 5 s时无位移控制的边坡
Fig.10 Result at $\Delta T=0.000 5$ s without control displacement

3.5 有位移控制对计算过程中位移的影响

图11~13是不同时步在有无位移控制情况下计算时追踪1号块体的前5 s位移而得到的位移-时间曲线。通过比较可以发现:在计算过程中,如果没有位移控制,由每时步 ΔT 计算产生的位移较大,对系统造成的振荡影响大,计算结果表现为不稳定,见图11。若在位移控制计算下,通过调用位移控制函数,计算结果稳定,且受初始时间步长的影响小,见图12和图13。

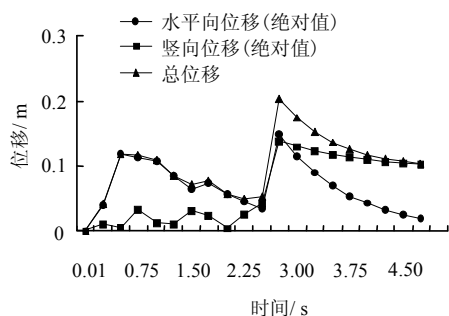


图 11 无位移控制下时步为 0.01 s 时 1 号块体的位移曲线
Fig.11 Time-displacement curve of block No.1 at $\Delta T=0.01$ s without displacement control

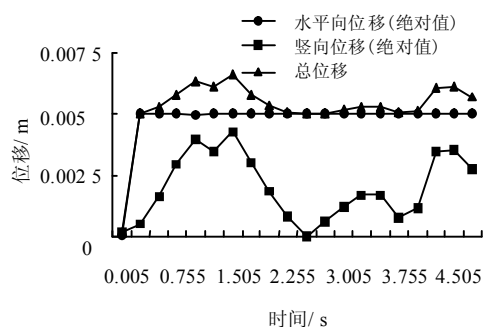


图 12 时步为 0.005 s 时 1 号块体的位移曲线
Fig.12 Time-displacement curve of block No.1 at $\Delta T=0.005$ s

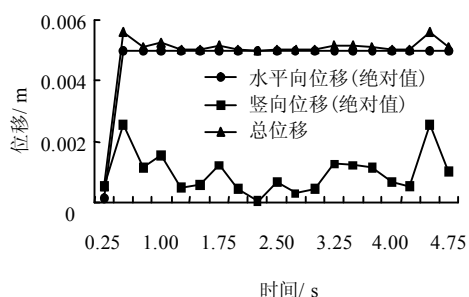


图 13 时步为 0.01 s 时 1 号块体的位移曲线
Fig.13 Time-displacement curve of block No.1 at $\Delta T=0.01$ s

4 结 语

本文基于离散单元的动态松弛法,提出了一种由每步允许最大位移控制每步块体求解的方法——位移控制法。位移控制法的应用,既能控制块体间的接触侵入量,保证计算的正确性和防止计算接触力的跳跃和系统振荡,也保证了几何非线性问题求解的动力积分精度,同时也使程序更易于开发调试,参数的选择问题也得到部分的解决。在保证

计算精度和结果正确的前提下,位移控制法不仅保证迭代循环计算的稳定性,也提高了计算效率。

参 考 文 献

- [1] Cundall P A. A computer model for simulation progressive large scale movement in blocky rock systems[A]. In: Proceedings of Symp. Int. Society of Rock Mechanics[C]. Nancy, France:[s.n.], 1971. 11—18.
- [2] Stewart I J, Brown E T. A static relaxation method for the analysis of excavations in discontinuous rock[A]. Design and Performance of Underground Excavations[C]. Brown & Hudson (ed). 1984. 149—155.
- [3] Jiao Y Y, Zhao J, Ge X R. New formulation and validation of the three-dimensional, extension of a static relaxation method, Advances in Engineering Software, 2004, 35: 317—323.
- [4] 陈文胜. 静态同步松弛离散单元法及其在岩土工程中的应用[硕士学位论文 D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所. 1993.
- [5] 陈文胜, 王桂尧, 刘辉, 等. 岩石力学离散单元计算方法中若干问题探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(10): 1 639—1 644.
CHEN Wen-sheng, WANG Gui-yao, LIU Hui, et al. Insight into some aspects of discrete element numerical methods for rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(10): 1 639—1 644.
- [6] 郑宏, 李焯芬, 谭国焕, 等. 有限元分析的位移控制法及其应用[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(1): 81—85.
ZHENG Hong, Lee C F, Tham L G, et al. Displacement-controlled method in finite element analysis and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(1): 81—85.
- [7] 王泳嘉, 邢纪波. 离散单元法及其在岩土力学中的应用[M]. 沈阳: 东北工学院出版社, 1991.
- [8] 魏群. 散体单元法的基本原理数值方法及程序[M]. 北京: 科学出版社, 1991.